

## ماتریس

ماتریس ها معادل آرایه های دو بعدی هستند.

[تعاریف ماتریس](#)  
[عملیات روس ماتریس ها](#)  
[ماتریس خلوت](#)

### تعاریف ماتریس

ماتریس ها معادل آرایه های دو بعدی هستند  $A$ . یک ماتریس  $m \times n$  است شامل  $m \times n$  عدد قرار گرفته در  $m$  سطر و  $n$  ستون به شکل:

$$\begin{matrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{m1} & A_{m2} & \dots & A_{mn} \end{matrix}$$

یک ماتریس با تعداد سطر و ستون برابر را ماتریس مربعی (square matrix) می نامند.

قطر اصلی یک ماتریس مربعی شامل عناصر  $A_{11}, A_{22}, \dots, A_{nn}$  است. یعنی اگر  $i=j$  باشد  $A_{ij}$  روی قطر اصلی است.

یک ماتریس پائین مثلثی (lower triangle matrix) ماتریس مربعی است که عناصر بالای قطر اصلی آن همگی صفر باشند. یعنی اگر  $i < j$  باشد  $A_{ij} = 0$  است

در ماتریس بالا مثلثی (upper triangle matrix) کلیه عناصر زیر قطر اصلی صفر هستند. یعنی اگر  $i > j$  باشد  $A_{ij} = 0$  است

یک ماتریس قطری، ماتریس مربعی است که عناصر غیر صفر آن روی قطر اصلی قرار دارند.

ماتریس مربعی  $A$  را متقارن می نامند اگر برای همه  $i$  و  $j$  ها  $A[j,i] = A[i,j]$ .

### عملیات روی ماتریس ها

#### جمع دو ماتریس

فرض کنید  $A$  و  $B$  ماتریس های هم اندازه  $M \times N$  باشد. حاصل جمع  $B+A$  در ماتریس  $C$  به ابعاد  $M \times N$  ذخیره می شود. الگوریتم جمع این دو ماتریس به صورت زیر است:

```
for (i := 1 to M)
  for (j:= 1 to N)
    C[i,j] := A[i,j]+B[i,j]
  end for
end for
end
```

پیچیدگی الگوریتم فوق  $O(m \times n)$  است. اگر ماتریس ها مربعی باشند پیچیدگی الگوریتم  $O(n^2)$  می شود.

#### ضرب دو ماتریس

فرض کنید  $A$  یک ماتریس  $M \times P$  و  $B$  یک ماتریس  $P \times N$  باشد. حاصل ضرب  $A \times B$  در ماتریس  $C$  به ابعاد  $M \times N$  ذخیره می شود. الگوریتم زیر حاصل ضرب دو ماتریس را محاسبه می کند :

```

for (i := 1 to M )
  for (j:= 1 to N )
    C[i,j] :=0
    for (k:=1 to P)
      C[i,j] := C[i,j] + A[i,k]*B[k,j]
    end for
  end for
end for
end

```

پیچیدگی الگوریتم فوق  $O(m.n.p)$  است. اگر ماتریس ها مربعی باشند پیچیدگی الگوریتم  $O(n^3)$  می شود .

## ماتریس خلوت

ماتریسی که عناصر صفر آنها زیاد است و نسبتاً تعداد کمی عنصر غیر صفر دارد را ماتریس خلوت یا اسپارس (sparse matrix) می نامند .

ماتریس های قطری و مثلثی نمونه هایی از ماتریس های خلوت هستند .

روش طبیعی نمایش ماتریس ها در حافظه به صورت یک آرایه های دوبعدی برای این گونه ماتریس ها مناسب نیست. برای جلوگیری از اتلاف حافظه می توان تنها عناصر غیر صفر را ذخیره کرد. آرایه حاصل دارای سه ستون است که برای ذخیره مختصات سطر و ستون و مقدار عنصر غیر صفر بکار می روند و تعداد سطرهای آن به تعداد عناصر غیر صفر است. این روش ذخیره ماتریس خلوت را point access method می نامند

نکته. تعداد عناصر غیر صفر ماتریس مثلثی  $n$  بعدی برابر است با  $1+2+3+\dots+n=n(n+1)/2$  :  
 است با  $n^2 - n(n+1)/2 = n(n-1)/2$  :

نکته. حاصل ضرب دو ماتریس اسپارس دیگر اسپارس نیست.